

## ANÁLISE E COMPARAÇÃO PREDITIVA PARA A SÉRIE DE RETORNOS DA PETROBRÁS UTILIZANDO MODELOS ARCH

Pedro Luiz Costa Carvalho  
pcostacarvalho@yahoo.com.br  
Mestre em Administração/UFLA  
Prof.: Instituto Federal Goiano – *campus* Urutaí  
Pires do Rio, GO, Brasil

Data de recebimento: 02/05/2011 - Data de aprovação: 31/05/2011

### RESUMO

Este artigo ajusta modelos ARCH para a série de retornos da Petrobrás do Fundo de Investimentos em Ações do Banco Bradesco e os compara em relação a capacidade preditiva para até cinco dias úteis à frente. Os resultados evidenciam que um choque de alta ou de baixa nesta série tem efeitos por vários períodos. Com relação à capacidade preditiva dos modelos, todos apresentaram uma boa capacidade preditiva sem que haja um modelo muito superior ao outro. Vale ressaltar, ainda, que em relação a previsão todos os modelos apresentaram um desempenho superior a previsão ingênua ou trivial.

**PALAVRAS CHAVES:** Modelos ARCH, Petrobrás, Previsão, Retorno, Volatilidade.

### PREDICTIVE ANALYSIS AND COMPARISON TO THE NUMBER OF RETURNS OF PETROBRÁS USING ARCH MODELS

### ABSTRACT

This article adjusts models ARCH for the series of returns of the Petrobra's of the Investment fund in Action of the Bradesco Bank and it compares them in relation the preditiva capacity for up to 5 working days to the front. The results evidence that one has shocked of high or of low in this series has effect for some periods. With regard to the preditiva capacity of the models, all had presented a good preditiva capacity without it has a very superior model to the other. Valley to stand out, still, that in relation the forecast all the models had presented a superior performance the ingenuous or trivial forecast.

**KEYWORDS:** ARCH models, Petrobrás, Prediction, Return, Volatility

### INTRODUÇÃO

Hoje, fundos de investimentos são uma boa opção para quem quer fugir da baixa rentabilidade oferecida pela renda fixa, mas não tem disponibilidade de tempo para entrar efetivamente no mercado de ações e acompanhá-lo diariamente. Além disso, a maior estabilidade da economia e a baixa inflação têm estimulado a procura por novas formas de investimentos menos conservadores e mais rentáveis. Dessa forma, a correta previsão da volatilidade é importante não só no esboço de estratégias ótimas de *hedge*, como também permite captar momentos de grande incerteza no mercado. Quanto mais incerto estiver o mercado, frente a crises ou

outros fatos exógenos, mais os preços variam e maior a variância dos retornos implicando possibilidades de grandes ganhos ou perdas. Assim sendo, o correto gerenciamento do risco de uma carteira de investimentos passa pela boa previsão das oscilações do preço dos ativos no mercado.

Há diferentes métodos paramétricos para estimar a variância dos retornos com o objetivo de se substituir a hipótese de que esta seja constante ao longo do tempo. Têm-se, por exemplo, os modelos de volatilidade determinística que utilizam da informação de preços passados para atualizar seu valor para o ativo corrente, pode-se citar os modelos da família ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).

Conforme mostram POON & GRANGER (2003), em pesquisa realizada em 93 artigos e “*working papers*” publicados no período de 1976 a 2002, a diversidade de resultados ainda não permite que se firme um consenso sobre a capacidade preditiva dos diversos modelos de predição de volatilidade, configurando-se um amplo campo para pesquisas e debates. Neste sentido, e no caso específico desta pesquisa optou-se por ajustar modelos da família ARCH à série de retorno da Petrobrás do Fundo de Investimentos em Ações do Banco Bradesco e compará-los com relação a capacidade preditiva para um horizonte máximo de 5 dias.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o advento da informática e das técnicas de programação houve um crescente interesse e maior facilidade para desenvolver novos modelos que pudessem explicar de forma mais confiável o comportamento das séries financeiras, principalmente no que se refere a volatilidade ou variância condicional.

Dessa forma vários trabalhos empíricos foram feitos utilizando séries financeiras brasileiras com o objetivo de verificar o comportamento dos retornos e comprovar a existência de fatos estilizados como assimetria e curtose, dentre outros.

DUARTE et al. (1996) analisam a volatilidade das ações da Light ON, Telebrás PN e Vale do Rio Doce PN; ZIEGELMANN & PEREIRA (1997) utilizam modelos de volatilidade estocástica com e sem deformação temporal para estimarem a volatilidade dos retornos do IBOVESPA; HERENCIA (1997) utiliza a série de retornos da Telebrás PN para comparar a volatilidade estocástica e a volatilidade dos modelos ARCH; GALVÃO et al. (2000) estudam a evidência da volatilidade e da causalidade do mercado à vista e futuro do índice de ações no Brasil; SILVA et al. (2005) realizam uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH para os casos do café e da soja; GOULART et al. (2005) prevêm a volatilidade no mercado interbancário de câmbio; MORAIS & PORTUGAL (1999) fazem a modelagem e a previsão da volatilidade determinística e estocástica para a série do Ibovespa.

No caso específico da Petrobrás pode-se citar, entre outros: BARCINSKI et al. (1997) estudam o comportamento de seis ações negociadas na Bovespa, Eletrobrás ON e PN, Petrobrás PN, Telebrás ON e PN e Vale do Rio Doce PN; GARCIA (1999) compara RCTB 41 e Petr 4; BARBEDO et al. (2005) fazem uma incorporação da volatilidade ao modelo histórico de cálculo de risco para ativos não lineares incluindo o da Petrobrás; SILVEIRA et al. (1996) estimam a volatilidade do retorno de seis ações negociadas na Bovespa: Eletrobrás ON (ELE3), Eletrobrás PN (ELE6), Petrobrás PN (PET4), Telebrás ON (TEL3), Telebrás PN (TEL4) e Vale do Rio Doce

PN (VAL4) e COSTA (2006) estuda o comportamento da rentabilidade de três grandes fundos de investimento em ações da Petrobrás e os compara com uma carteira composta por ações da Petrobrás.

### Modelos de Variância Condicional

A maioria das séries financeiras apresenta a variância condicional evoluindo no tempo. Sendo assim, os modelos lineares do tipo ARIMA (Autorregressivo Integrado de Médias Móveis) não são adequados para descrever esse tipo de comportamento. Segundo BOLLERSLEV et al. (1992) a volatilidade é uma variável-chave que permeia a maioria dos instrumentos financeiros e que exerce um papel central em diversas áreas de finanças. Com o objetivo de modelar o que se chama de volatilidade, que é a variância condicional de uma variável, comumente um retorno, surgiu o modelo ARCH introduzido por ENGLE (1982) e suas extensões desenvolvidas por BOLLERSLEV (1986), NELSON (1991) e GLOSTEN et al. (1993).

Conforme TSAY (2002) existem duas razões principais para se trabalhar com retornos. A primeira é que para investidores médios o retorno de um ativo é um sumário completo e independente da escala da oportunidade de investimento. Segundo, séries de retornos são mais fáceis de manipular do que séries de preços, dado que as primeiras têm propriedades estatísticas mais tratáveis.

Na seqüência descrevem-se os modelos da família ARCH utilizados neste trabalho.

#### Modelo ARCH

Com a necessidade de surgimento de novas técnicas de séries econométricas, que permitam a modelagem da variação da variância e covariâncias no tempo, dada à falta aparente de qualquer teoria econômica estrutural dinâmica que explique a variação em momentos de ordens mais altas, surgiu uma classe de modelos instrumentais introduzida por ENGLE (1982) e desenvolvidas por diversos outros autores, que são os modelos da família ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity).

Segundo MORETTIN & TOLOI (2004), o modelo ARCH pressupõe que o retorno é não correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática. O modelo ARCH (p), em que p denota a ordem do modelo, expressa a variância condicional,  $\sigma_t^2$ , como função das inovações quadráticas passadas. O modelo ARCH(p) é denotado por

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} z_t,$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2,$$

em que  $z_t$  é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) com média zero e variância um,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i > 0$  e  $\varepsilon_t$  é a série de retornos dada por:  $\varepsilon_t = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1})$ ,  $X_t$  a série financeira.

As restrições são necessárias para assegurar que a variância condicional seja positiva e fracamente estacionária. Seguindo o modelo original de ENGLE (1982) assumiu-se que a distribuição condicional das inovações é gaussiana, embora em vários casos pode-se verificar a assimetria das inovações (SILVA, 2003).

### Modelo GARCH

A proposição original, elaborada por ENGLE (1982), mereceu extensos debates e diversos aperfeiçoamentos ao longo dos anos, principalmente para ampliar o conjunto de informações utilizado e obter uma formulação mais parcimoniosa, dado à alta persistência na volatilidade da série de retornos e, conseqüentemente, implicando a necessidade de estimação de um grande número de parâmetros pelo modelo ARCH. O primeiro, e mais significativo, foi introduzido por BOLLERSLEV (1986), ao propor que a volatilidade condicionada fosse função não apenas dos quadrados dos erros passados, como também dos seus próprios valores passados, passando os modelos assim construídos a serem denominados “Generalized ARCH”, GARCH. Em termos matemáticos um modelo GARCH (p,q) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

em que:

$\sigma_t^2$  é a variância condicionada em t;

$\alpha_0$  é a constante;

$\varepsilon_{t-i}^2$  é o erro observado no tempo t-i, em que i denota a defasagem.

O valor de p representa a ordem do modelo ARCH e q a ordem do modelo GARCH. Em outras palavras, o modelo GARCH (p,q) descreve a volatilidade (i.e, variância condicional) de uma série de retornos como dependendo de uma constante, de informações defasadas da volatilidade (isto é, os termos  $\varepsilon_{t-i}^2$ ) e de variâncias previstas passadas (os termos  $\sigma_{t-j}^2$ ).

Conforme SWARAY (2002), a inclusão de variâncias condicionadas defasadas pode capturar a “aprendizagem adaptativa” que caracteriza o processo. Segundo BOLLERSLEV et al. (1994) a especificação mais robusta verificada nas aplicações é a do modelo GARCH (1,1), dado por

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2.$$

A vantagem desta especificação é que ela contém um número reduzido de restrições nos parâmetros. As condições para a variância de o processo ser positiva e fracamente estacionária são:  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ ;  $\beta_1 > 0$  e  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ . A persistência de choques na volatilidade da série de retornos é medida pela soma de  $\alpha_1$  e  $\beta_1$ . Sendo assim, quanto mais próxima de um for a soma, maior o tempo que um choque na série levará para dissipar-se.

Outro ponto a se salientar é que, apesar de o modelo GARCH (p,q) captar corretamente diversas características nas séries históricas de finanças, tais como

leptocurtose e o agrupamento de volatilidade, não capta o efeito alavancagem, uma vez que a variância condicional é função apenas da magnitude das inovações e não dos seus sinais (BROOKS, 2002). Isso acontece porque nos mercados financeiros os períodos de queda nos preços são acompanhados por períodos de intensa volatilidade, enquanto que em períodos de alta nos preços a volatilidade não é tão intensa, ou seja, choques positivos e negativos tendem a ter impactos diferentes na volatilidade. Assim, surgiram algumas extensões com a finalidade de modelar o problema de assimetria, tais como os modelos EGARCH (Exponential GARCH) e TARCH (Threshold ARCH).

### *Modelo EGARCH*

Segundo GOULART et al. (2005), o modelo EGARCH (Exponential GARCH) proposto por NELSON (1991) apresenta duas vantagens em relação ao modelo GARCH: a incorporação dos efeitos assimétricos de mercado aos modelos auto-regressivos de volatilidade condicionada, e a não imposição artificial de restrições aos parâmetros da equação, dada a sua formulação em termos logarítmicos. Segundo BROOKS (2002), há vários modos de se expressar a equação da variância condicional, dentre os quais o EGARCH(1,1) dado por

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_1 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

em que:

$\sigma_t^2$  é a variância condicionada em t;

$\varepsilon_{t-1}$  é o erro observado no tempo t-1;

$\sigma_{t-1}$  é o desvio padrão observado em t-1.

Observa-se que não há assimetria na volatilidade quando  $\gamma_1 = 0$ . Segundo ISSLER (1999), isto constitui um procedimento de teste para o efeito da assimetria. Se  $\gamma_1$  diferente de zero, há um impacto diferenciado de choques negativos e positivos na volatilidade. Se  $\gamma_1 < 0$ , há o denominado “efeito alavancagem”. A persistência de choques na volatilidade é medida pelo parâmetro  $\beta_1$ .

### *Modelo TARCH*

Um modelo mais simples e intuitivo para a captação do comportamento assimétrico das séries financeiras foi apresentado por GLOSTEN et al. (1993), sendo denominado modelo GJR ou TARCH (Threshold ARCH). Nesse novo modelo é acrescentado um termo à equação-padrão GARCH, cuja função é o reconhecimento dos efeitos assimétricos à volatilidade condicional. A variância condicional do modelo TARCH(1,1) pode ser assim definida:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2,$$

em que a variável binária assume o valor  $d_{t-1} = 1$ , se  $\varepsilon_{t-1} < 0$  (más notícias), e  $d_{t-1} = 0$  se  $\varepsilon_{t-1} > 0$  (boas notícias). Não há assimetria na variância se  $\gamma_1 = 0$ . Condições

adversas no mercado e informações negativas têm impacto de  $\alpha_1 + \gamma_1$ . Já informações positivas ( $\varepsilon_{t-1} > 0$ ), têm impacto  $\alpha_1$ .

Evidentemente, a importância dos modelos acima citados está diretamente relacionada ao uso da volatilidade prevista nos processos de tomada de decisão financeira, precificação de ativos e nas metodologias de gerenciamento de risco.

### Teste de Capacidade Preditiva do Modelo

A previsão permite maior avaliação sobre o risco a ser incorrido, bem como, auxilia as decisões de médio prazo. Assim, a previsão constitui um centro da análise financeira não apenas dos exercícios acadêmicos, mas de grandes instituições.

Uma métrica interessante para avaliar a acurácia preditiva dos modelos é o coeficiente U de Theil (BROOKS, 2002), que é definido pela fórmula:

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (a_k - y_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (a_k - a_{k-1})^2}},$$

em que:

$y_k$  = valor previsto;

$a_k$  = valor real.

Esta métrica mede o quanto os resultados estão melhores que uma previsão ingênua ou trivial (i.e.: “a melhor estimativa do próximo valor é o valor atual”). Através desse coeficiente pode-se analisar a qualidade de uma previsão da seguinte maneira:

- Quando  $U > 1$ , o erro do modelo é maior que o erro ingênuo.
- Quando  $U < 1$ , o erro do modelo é menor que o erro ingênuo (boa previsão).

Assim, um coeficiente U de Theil menor que 1 indica uma previsão melhor que a previsão trivial. Portanto, quanto mais próximo de ‘0,0’ for este coeficiente melhor a previsão.

Outras estatísticas também são utilizadas para se medir a eficiência preditiva do modelo, como a raiz do erro quadrático médio (REQM) e o erro absoluto médio (EAM), porém eles são mais utilizados para comparar desempenho entre modelos, aqui servirá apenas para análise preditiva dentro e fora da amostra.

O EAM é definido como  $EAM = \frac{\sum_{k=1}^N \left| \frac{a_k - y_k}{a_k} \right|}{N}$  e o REQM é definido por

$$REQM = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left| \frac{a_k - y_k}{a_k} \right|^2}{N}}.$$

### Fundos de Investimento

O fundo de Investimento é um condomínio de investidores que contratam os serviços de um administrador profissional para gerir uma carteira de investimento. Para o funcionamento de um fundo de investimento é necessário que uma instituição financeira assuma a responsabilidade diante dos títulos que irão compor a carteira

de investimentos, e também seja a representante dos cotistas perante os órgãos reguladores da atividade de fundo de investimento, cabendo-lhe zelar pelo cumprimento das exigências legais próprias para esta atividade.

Existem vários tipos de fundos como os referenciados DI, os de curto prazo, os de renda fixa, os cambiais, os multimercados, os da dívida externa, os de ações e os fechados, além de várias instituições financeiras como, por exemplo, a maioria dos bancos. Para todos os fundos, os recursos aplicados são transformados em cotas que são representativas de parcelas iguais do patrimônio do fundo. Ao aplicar, o investidor adquire cotas (que são emitidas pelo fundo) e, ao efetuar um saque, o fundo resgata as suas cotas.

O fundo de investimento em ações Bradesco FIA Petrobrás foi criado em 15 de março de 2002 para captar recursos de cotistas que desejavam investir em ações da Petrobrás. Desde sua criação houve um grande aumento no valor de sua cota e, conseqüentemente, um grande aumento no número de cotistas. Suas principais características são apresentadas no Quadro 1.

**QUADRO 1** – Características do Fundo de Investimento em Ações da Petrobrás.

| <b>Características</b>                | <b>Bradesco Ações Petrobrás</b>    |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| Taxa de Administração                 | 1,50% ao ano                       |
| Taxa de performance                   | Não cobra                          |
| Tipo de Cota                          | Fechamento                         |
| Data de Conversão de Cota - aplicação | D + 0                              |
| Data de Conversão do Resgate          | Dia útil seguinte ao dia do pedido |
| Data de Liquidação do resgate         | Quarto dia útil seguinte ao dia do |
| Valor Mínimo de Aplicação             | R\$1.000,00                        |
| Movimentações adicionais              | R\$500,00                          |

Fonte: [www.fundos.com](http://www.fundos.com) e [www.bradesco.com.br](http://www.bradesco.com.br).

## **MATERIAL E MÉTODOS**

A base de dados foi adquirida junto a Comissão de Valores Mobiliários ([www.cvm.gov.br](http://www.cvm.gov.br)) perfazendo 1021 observações diárias da série da Petrobrás do Fundo de Investimento em Ações do Bradesco compreendidas no período de 15 de março de 2002 a 31 de março de 2006. Com o intuito de eliminar a tendência e baseado na premissa de log-normalidade dos preços dos ativos a série foi transformada por meio da equação  $\varepsilon_t = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1})$ , resultando em uma série de retornos instantâneos de 1020 observações que substituíram a série original na realização das análises propostas.

Inicialmente, fez-se uma análise estatística descritiva da série de retornos da Petrobrás com o objetivo de verificar assimetrias, curtoses, estacionariedade, dentre outras. Em seguida ajustou-se uma série de modelos para a média condicional, uma vez que seus resíduos são os insumos para aplicação dos modelos da família ARCH. ALEXANDER (1998) postula que, quanto mais parcimoniosa for a definição da equação da média condicional, melhor será possível avaliar o desempenho do modelo.

Modelada as dependências temporais da média da série, o próximo passo é verificar a presença de heterocedasticidade condicional no resíduo, característica fundamental para justificar a aplicação de modelos da família ARCH. Para isso,

utilizou-se o teste do Multiplicador de Lagrange (ARCH-LM) sugerido por ENGLE (1982).

Detectada as características dos modelos da família ARCH, iniciou-se as estimações dos parâmetros e cálculos dos modelos de volatilidade condicional, ressaltando que os modelos foram estimados pelo método de log-máxima verossimilhança, sob a hipótese de que os resíduos condicionais são normalmente distribuídos.

Com relação a capacidade preditiva dos modelos de volatilidade, este estudo empírico restringiu-se a comparações fora da amostra. Como medida de comparação da qualidade preditiva, retirou-se cinco observações da série de retornos para serem comparadas com os valores previstos. A ênfase na previsão para D+5 (5 dias úteis a frente) está baseada na grande quantidade de informações que saem no mercado e podem influenciar positivamente ou negativamente a volatilidade futura, comprometendo a confiabilidade e a qualidade da previsão.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiramente fez-se a análise das estatísticas descritivas para a série de retornos da Petrobrás, conforme mostrado pela Tabela 1. A estatística de Jarque-Bera (GUJARATI, 2000) demonstra que a série apresenta forte rejeição à hipótese de normalidade enquanto que o coeficiente de curtose amostral evidencia que o período analisado é leptocúrtico em relação à distribuição normal, o que é muito comum em séries financeiras. Pode-se observar, também, que a média da série é muito baixa, representando um retorno próximo de zero. É interessante observar que a assimetria é positiva, diferenciando da maioria das séries financeiras. Ademais, o teste de Dickey-Fuller (GUJARATI, 2000) provou que a diferença logarítmica foi capaz de retirar a tendência presente na série, ou seja, a série é estacionária.

Ao observar os valores da função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) para a série de retornos da Petrobrás (Tabela 2), sugere-se um AR(3) para a média. Após o ajuste da média, aplicou-se o teste do Multiplicador de Lagrange proposto por ENGLE (1982) a fim de verificar a possibilidade da utilização dos modelos da família ARCH. De acordo com os resultados foi extraído o valor de 16,942 para T, com p-valor de 0,000, confirmando a rejeição da hipótese de homoscedasticidade e a utilização dos modelos da família ARCH.

**TABELA 1** – Análise descritiva da série de retornos da Petrobrás

| Análise descritiva |           | p-valor |
|--------------------|-----------|---------|
| Média              | 0,001215  | -       |
| Mediana            | 0,001421  | -       |
| Máximo             | 0,122464  | -       |
| Mínimo             | -0,094941 | -       |
| Desvio Padrão      | 0,019184  | -       |
| Assimetria         | 0,209505  | -       |
| Curtose            | 6,784279  | -       |
| Jarque-Bera        | 616,0928  | (0,000) |
| Dickey Fuller      | -22,69586 | (0,000) |

Fonte: elaborada pelo autor.

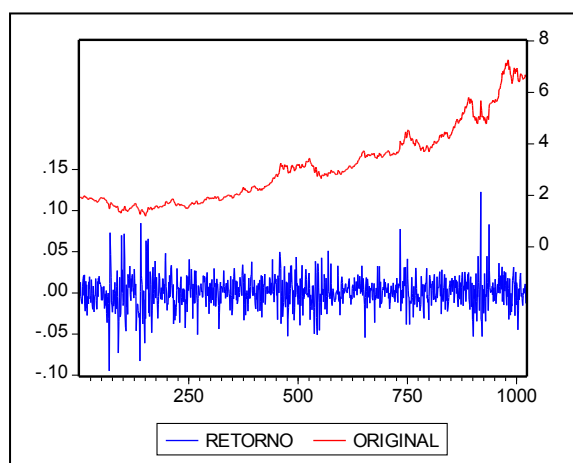
**TABELA 2** – FAC e FACP para a série de retornos da Petrobrás.

| Retornos       |        |        |
|----------------|--------|--------|
| Lags           | FAC    | FACP   |
| Lag 1          | 0,234  | 0,234  |
| Lag 2          | -0,077 | -0,139 |
| Lag 3          | -0,130 | -0,083 |
| Lag 4          | -0,016 | -0,030 |
| Lag 5          | 0,058  | 0,036  |
| Lag 6          | 0,065  | 0,033  |
| Lag 7          | -0,046 | -0,065 |
| Lag 8          | -0,111 | -0,071 |
| $2/\sqrt{T}^*$ | 0,0626 | 0,0626 |

\*Limite assintótico das funções de autocorrelação

Fonte: elaborada pelo autor.

A partir da inspeção visual da Figura 1, que expressa a série original da Petrobrás juntamente com a série de retornos, pode-se perceber que a série temporal de retornos apresenta agrupamentos de volatilidade. Identificam-se períodos de alta volatilidade como no último semestre de 2002 (observações 100 a 200), período no qual a volatilidade acentuou-se devido a influência das eleições presidenciais. Em novembro de 2005 (observações 900 a 950), a possibilidade de nacionalização da plataforma de petróleo da Petrobrás pela Bolívia, também, implicou em nítidos aumentos da volatilidade. O período entre essas duas datas é de relativa calma na série de retornos. Dessa forma, as características estatísticas avalizam plenamente a utilização dos modelos de volatilidade condicionada da família ARCH para calcular a volatilidade prevista.



**FIGURA 1** – Comparação entre a série original e a série de retornos da Petrobrás

Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 3 apresenta as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para o resíduo ao quadrado do modelo AR(3) ajustado para a média, comprovando a heterocedasticidade da série.

**TABELA 3** – FAC e FACP para o resíduo ao quadrado do modelo AR(3) ajustado à média.

| Retornos Quadráticos |        |        |
|----------------------|--------|--------|
| Lags                 | FAC    | FACP   |
| Lag 1                | 0,128  | 0,128  |
| Lag 2                | 0,088  | 0,073  |
| Lag 3                | 0,049  | 0,030  |
| Lag 4                | 0,054  | 0,039  |
| Lag 5                | 0,059  | 0,043  |
| Lag 6                | 0,071  | 0,052  |
| Lag 7                | 0,053  | 0,030  |
| Lag 8                | 0,051  | 0,029  |
| $2/\sqrt{T}^*$       | 0,0626 | 0,0626 |

\*Limite assintótico das funções de autocorrelação

Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para o retorno quadrático (Tabela 3) modelou-se a volatilidade dos retornos condicionais da série da Petrobrás levando em conta sua característica heteroscedastica. Ajustaram-se os modelos GARCH(1,1), TARCH(1,1) e EGARCH(1,1) para o resíduo ao quadrado do modelo ajustado para a média condicional. Adotou-se a hipótese de normalidade dos resíduos do modelo ajustado para a média condicional fornecida pelo teste de Jarque-Bera proposto por (GUJARATI, 2000) com p-valor = 0,000.

A terceira ordem do modelo auto-regressivo ajustado à média foi eliminada, pois não foi significativa para nenhum modelo da classe ARCH ajustado. Dessa forma, os resultados para a estimação do retorno da série da Petrobrás estão apresentados na Tabela 4.

**TABELA 4 – Retornos da Petrobrás: resultados da estimação dos modelos AR(2) – ARCH**

| Painel A – Média condicional           |                    |                    |                    |
|----------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| AR(1)                                  | 0,2665<br>(0,000)  | 0,2672<br>(0,000)  | 0,2572<br>(0,000)  |
| AR(2)                                  | -0,1070<br>(0,000) | -0,1061<br>(0,003) | -0,1002<br>(0,006) |
| Painel B – Variância condicional       |                    |                    |                    |
|                                        | GARCH(1,1)         | EGARCH(1,1)        | TARCH(1,1)         |
| c                                      | 0,0000<br>(0,000)  | -0,5199<br>(0,000) | 0,0000<br>(0,000)  |
| $\varepsilon_{t-1}^2$                  | 0,0707<br>(0,000)  | -                  | 0,0314<br>(0,034)  |
| $\sigma_{t-1}^2$                       | 0,8883<br>(0,000)  | -                  | 0,8909<br>(0,000)  |
| $d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$    | -                  | -                  | 0,0692<br>(0,000)  |
| $ \varepsilon_{t-1}^2 / \sigma_{t-1} $ | -                  | 0,1471<br>(0,000)  | -                  |
| $\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$       | -                  | -0,0451<br>0,001   | -                  |
| $\ln(\sigma_{t-1})$                    | -                  | 0,9488<br>(0,000)  | -                  |
| Teste de especificação                 |                    |                    |                    |
| Análise dos resíduos quadráticos       |                    |                    |                    |
| Painel C – Teste ARCH (p-valor)        |                    |                    |                    |
| ARCH (1)                               | 0,5282             | 0,6866             | 0,2133             |
| ARCH (50)                              | 0,9800             | 0,9131             | 0,9286             |
| ARCH (100)                             | 0,9904             | 0,9636             | 0,9774             |

Notas: Estatísticas entre parênteses representam os p-valores.

Fonte: elaborada pelo autor.

Ao ajustar-se o modelo AR(2) – GARCH(1,1), observa-se que a soma dos parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_1$ , representados por  $\varepsilon_{t-1}^2$  e  $\sigma_{t-1}^2$ , ficou próxima de 1, sugerindo memória longa na volatilidade. O modelo AR(2) – EGARCH(1,1) denota a presença de assimetria na volatilidade dos retornos, indicando que choques de alta e baixa causam diferentes volatilidades na série. Isso se dá devido ao fato de que o parâmetro  $\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$  mostrou-se significativo aos níveis usuais de significância. A persistência de choques na volatilidade dos retornos, captada pelo termo  $\ln(\sigma_{t-1})$ , foi de 0,9488, um pouco abaixo da captada pelo modelo AR(2) – GARCH(1,1). O modelo AR(2) – TARCH(1,1) respalda a evidência de assimetria captada pelo

modelo AR(2) – EGARCH(1,1), visto que o parâmetro associado ao termo  $d_{t-1}\epsilon_{t-1}^2$  mostrou-se significativamente diferente de zero.

Visando testar as modelagens realizadas na série de retorno da Petrobrás aplicou-se novamente o teste do tipo multiplicador de Lagrange, conforme mostrado pelo painel C da Tabela 4. De acordo com os p-valores fornecidos pelo teste pôde-se verificar que os ajustamentos foram realizados de forma satisfatória para todos os modelos, confirmado a eliminação da heterocedasticidade no resíduo do retorno.

Utilizando-se das modelagens realizadas para a série do retorno, pôde-se proceder às previsões para um horizonte máximo de 5 dias. Os resultados da qualidade preditiva para os três modelos estudados podem ser observados pela Tabela 5. Uma primeira análise evidencia a alta capacidade preditiva dos modelos, visto o baixo valor estatístico de previsão, além de um equilíbrio entre os três modelos. Contudo, o modelo assimétrico AR(2) – TARCH(1,1) e o modelo simétrico AR(2) – GARCH(1,1) apresentaram melhores resultados do que o modelo assimétrico AR(2) – EGARCH(1,1). É bastante curioso o modelo AR(2) – GARCH(1,1) superar o modelo AR(2) – EGARCH(1,1), visto que a assimetria foi significativa e o modelo AR(2) – GARCH(1,1) não tem a capacidade de percebê-la. Sendo assim, definiu-se o modelo AR(2) – TARCH(1,1) como o melhor modelo preditivo para a série de retornos da Petrobrás, já que apresentou menor erro absoluto médio do que os outros modelos e praticamente empatou com o modelo AR(2) – GARCH(1,1) em relação a raiz do erro quadrático médio. Isso mostra claramente a relevância de se considerar a dependência de longo prazo e a assimetria.

É importante observar que a estatística Theil-U proporciona, adicionalmente, uma comparação entre os modelos pesquisados e uma previsão ingênua ou trivial (i.e.: “a melhor estimativa do próximo valor é o valor atual”). Por construção, o valor da estatística tem o seu limite inferior igual a zero – caso em que o modelo em teste apresenta todas as predições corretas –, sendo sempre igual a 1 para a previsão ingênua ou trivial. Sendo assim, pode-se considerar que todos os modelos apresentam um desempenho superior a previsão ingênua, uma vez que as estatísticas Theil-U são sempre menores que a unidade.

**TABELA 5** – Medidas de acurácia preditiva dos modelos.

| Modelo      | Nº | de EAM    | REQM      | THEIL-U |
|-------------|----|-----------|-----------|---------|
|             |    | D+5       | D+5       | D+5     |
| GARCH (1,1) | 15 | 0,007197  | 0,008576* | 0,8501  |
| TARCH (1,1) | 17 | 0,007187* | 0,008577  | 0,8545  |
| EGARCH      | 17 | 0,007198  | 0,008581  | 0,8500* |

\* Melhor modelo segundo o critério analisado

Fonte: elaborada pelo autor.

## CONCLUSÃO

Ao verificar a série de retornos da Petrobrás, percebe-se, além de agrupamentos de volatilidade, dois momentos de maior instabilidade. O primeiro aconteceu no último semestre de 2002 (observações 100 a 200) em que a volatilidade acentuou-se devido a influência das eleições presidenciais. O segundo

aconteceu em novembro de 2005 (observações 900 a 950) influenciado pela possibilidade de nacionalização da plataforma de petróleo da Petrobrás pela Bolívia.

Conclui-se que o modelo AR(2) – TARCH(1,1) é o que apresenta melhor desempenho preditivo, sendo acompanhado de perto pelo modelo AR(2) – GARCH(1,1). Em seguida tem-se o modelo AR(2) – EGARCH(1,1), ressaltando que todos os modelos indicaram fortes sinais de assimetria na volatilidade, mostrando que choques negativos e positivos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade do retorno da série da Petrobrás. Conclui-se, ainda, que a previsão ingênua ou trivial não deve ser considerada como uma alternativa viável aos modelos econométricos utilizados neste estudo, uma vez que, conforme mostrado pela estatística Theil-U, estes últimos apresentaram um desempenho significativamente superior.

### REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C. Risk Management and Analysis. v. 1: **Measuring and Modeling Financial Risk**. West Sussex: John Wiley. 1998.

BARBEDO, C. H. da S.; ARAÚJO, G. S.; LENGROBER, E. F. Simulação Histórica Filtrada: Incorporação da Volatilidade ao Modelo Histórico de Risco para Ativos Não Lineares. **Banco Central do Brasil**, Brasília, nº94, p.1-24, abril, 2005.

BARCINSKI, A.; ALMEIDA, B. C. P.; GARCIA, M. G. P.; SILVEIRA, M. A. C. Estimação da Volatilidade do Retorno das Ações Brasileiras: Um Método Alternativo à Família GARCH. **Resenha BM&F**, n.116, p.21-39, 1997.

BROOKS, C. **Introductory Econometrics for Finance**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002. 728p.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, p.307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. ARCH modelling in finance: a review of theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**, v.52, n.1, p.5-59, 1992.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; NELSON, D. B. **ARCH models**. In Handbook of Econometrics, v.IV. Amsterdam: Elsevier Science B. V., 1994.

COSTA, V. D. **Fundos de Investimentos em Ações Petrobrás**. [www.fundos.com.br](http://www.fundos.com.br), fevereiro, 2006.

DUARTE J. A. M.; PINHEIRO M. A.; HEIL, T. B. B. Estimação da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros. **Resenha BM&F**, n.111.p.16-28, 1996.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v.50, n.4, p.987-1008, 1982.

GALVÃO, A. B. C.; PORTUGAL, M. S.; RIBEIRO, E. P. Volatilidade e Causalidade: Evidências para o Mercado à Vista e Futuro de Índice de Ações no Brasil. **Revista Brasileira de Econometria**, v.54, n.1, p.37-56, 2000.

GARCIA, B. A. S. **Comparação dos Betas de RCTB 41 e PETR 4**. Risk Management, Bradesco Corretora, p.1-4, São Paulo, junho, 1999.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. **Journal of Finance**, v.48, p.1779-1801, 1993.

GOULART, P. C.; AMARAL, F. H.; BERTUCCI, A. L.; BRESSAN, A. A. Previsão da Volatilidade no Mercado Interbancário de Câmbio. **Revista de Administração e Economia**. Edição Especial Minas Gerais. v.45, p.86-101, 2005.

GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. Makron Books, São Paulo, 846p. 2000.

HERENCIA, M. E. Z. **Volatilidade nos Modelos ARCH e Variância Estocástica**: um estudo comparativo. Dissertação de Mestrado apresentada ao IME-Unicamp, 1997.

ISSLER, J. V. Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance Series Using ARCH Models. **The Brazilian Review of Econometrics**, v.19, n.1, p.5-56, 1999.

MORAIS, I. A. C. de; PORTUGAL, M. S. Modelagem e Previsão de Volatilidade Determinística e Estocástica para a Série do Ibovespa. **Estudos Econômicos**, v.29, n.3, p.303-341, 1999.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blucher. 2004. 535p.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, v.59, n.2, p.374-370, 1991.

POON, S.; GRANGER, C. W. J. Forecasting volatility in financial markets: a review. **Journal of Economic Literature**, v. 41, n.2, p. 478-539, 2003.

SILVA, W. S. **Modelagem da volatilidade dos índices financeiros IBOVESPA, Dow Jones e Standard & Poors utilizando modelos da classe ARCH**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Lavras, Lavras, Minas Gerais, 91 p., 2003.

SILVA, W. S.; SÁFADI, T., JUNIOR, C. G. L. Uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v.43, n.1, p.119-134, Brasília, 2005.

SILVEIRA, M. A. C. da; BARCINSKI, A.; ALMEIDA B. C. D. P.; GARCIA, M. C. P. Estimação da Volatilidade dos Retornos das Ações Brasileiras – Um Método Alternativo à Família GARCH -. **Resenha BM&F**, 1996.

SWARAY, R. B. **Volatility of primary commodity prices: some evidence from agricultural exports in Sub-saharan Africa**. New York: University of New York. Discussion Papers in Economics, n. 06, 2002.

TSAY, R. T. **Analysis of Financial Time Series**. Canadá: Wiley-Interscience. 2002. 472p.

ZIEGELMANN, F. A.; PEREIRA, P. L. V. Modelos de Volatilidade Estocástica com Deformação Temporal: Um Estudo Empírico para o Índice Ibovespa. **Política e Planejamento Econômico**, v.27, n.2, p.353-376, 1997.